

# MagSoftNews

MSN™ n° 002 du 01/03/1993

Revue des Softivores®

Éditée par MagSoftPub®

## FRACTALES & CHAOS, Une Introduction

### LES PRÉCURSEURS

Les *fractales* existent depuis la nuit des temps, mais elle n'ont connu de succès que récemment grâce à une théorie plus percutante : *la théorie du chaos*. Il y a longtemps, APOLLONIUS, JULIA FATOU, CANTOR, KOCK, SIERPINSKI nous ont offert une collection de monstres mathématiques. Mais pour propulser les fractales, il aura fallu que, contre EUCLIDE, Benoît MANDELBROT nous rappelle la nature fractale de notre univers : les nuages ne sont pas des sphères, les montagnes ne sont pas des cônes, les lignes des cotes ne sont pas des cercles, les écorces des arbres ne sont pas lisses, et l'éclair non plus, ne se déplace selon une ligne droite [*The fractal geometry of nature*].

### IMAGES FRACTALES, le simple produit le complexe

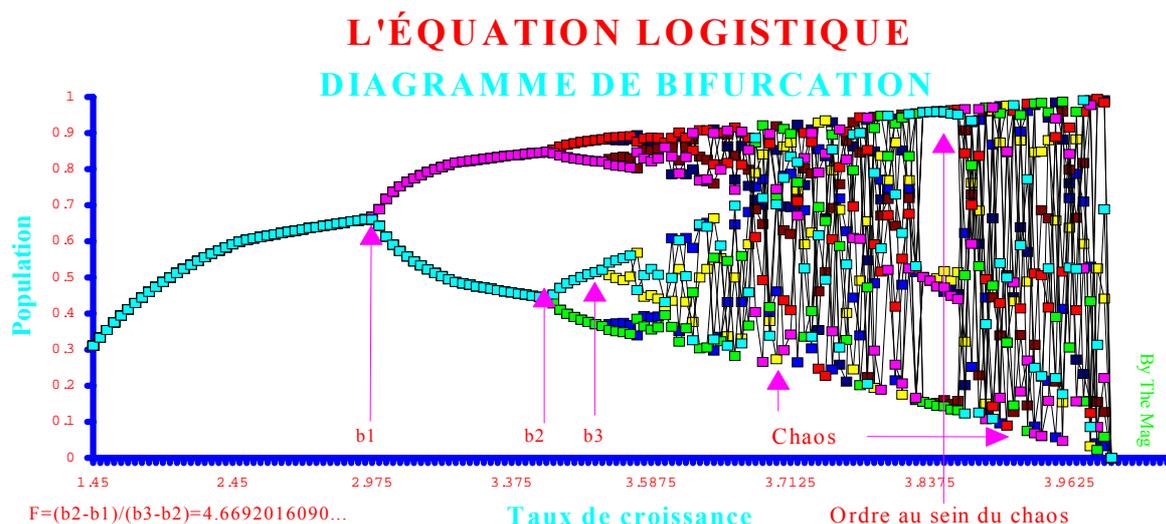
Le propre des fractales est de contenir une structure souvent simple qui se reproduit infiniment en elle-même à des échelles différentes. Leur succès repose sur le fait qu'elles sont générées par des informations initiales simples qui, par une suite infinie d'itérations, reproduisent les éléments de la nature : arbres, feuilles, montagnes, rivières ou encore mieux, des images hautement esthétiques.



TRIANGLES DE SIERPINSKI

### L'ÉQUATION LOGISTIQUE, Modèle de l'Écologie

Pour simuler l'évolution d'une population dans des conditions malthusiennes, les écologistes représentés par Robert MAY ont formulé et étudié la célèbre équation logistique :  $P_{t+1} = r * P_t * (1 - P_t)$ , où :  $P_t$  est la Population actuelle normée, soit en fait un taux d'occupation de l'environnement.



$P_{t+1}$  : est la Population normée de l'instant suivant, 1 : la population maximum possible dans les contraintes définies ;  $(1 - P_t)$  est alors l'espace libre pour naître et vivre, le *potentiel biotique* ;  $(1 - P_t)$

induit donc un *feed-back* dans le processus ;  $r$  est le **paramètre de contrôle** ou taux de croissance ou de fécondité etc. L'équilibre à long terme de ce beau petit monde (ou modèle mathématique) dépend de  $P_0$  : la population initiale et du paramètre de contrôle  $r$ .

## **LA ROUTE DE DOUBLEMENT DE PÉRIODE VERS LE CHAOS**

En étudiant les valeurs d'équilibre des systèmes dynamiques comme l'équation logistique, on constate que : - Tant que ( $r < b_1$ ) un léger accroissement de  $r$  entraîne une hausse de la valeur d'équilibre de la population. C'est ce qui était généralement admis. - La première bifurcation a lieu à  $r = b_1$ . Quand ( $b_1 < r < b_2$ ), la valeur d'équilibre oscille entre deux valeurs pour prendre alternativement l'une et l'autre. Quand ( $b_2 < r < b_3$ ), quatre valeurs d'équilibre sont alors possibles. René THOM a exprimé les bifurcations en termes de **Théorie des catastrophes**. - Au-delà de  $r = b_3$ , le système peut prendre une infinité de valeurs d'"équilibre" exhibant brusquement un comportement **apparemment imprévisible, chaotique**. Cette cascade de bifurcations est dénommée "la route vers le chaos".

## **L'ORDRE ÉMERGE DU CHAOS**

La théorie du chaos n'est pas comme son nom peut laisser croire une théorie pessimiste ou destructrice. Au contraire, elle montre que dans la zone où le phénomène a un **comportement chaotique**, en regardant de près, en mettant la loupe ou le microscope on y retrouve le même motif [pattern] exhibé par le processus. **La zone chaotique est fractale**. Dans ce désordre apparaît un ordre absolu, la répétition infinie de la même fractale. Sur le graphique apparaît grâce à la **magnification** une fenêtre dans le chaos semblable à celle séparant les deux branches après  $b_1$ . Le chaos et les processus dissipatifs loin de l'équilibre seraient indispensables à la vie (Ilya PRIGOGINE)

## **UN DÉSORDRE A UN RYTHME ORDONNÉ**

Un chaos réellement aléatoire serait sans utilité pour la Science et les prévisions. Edward LORENZ, le pionnier, était météorologue. Heureusement, Mitchell FEIGENBAUM a découvert que le désordre se produit à un taux ordonné qui est devenu sa constante  $F$  (voir sur le diagramme de bifurcation). Ainsi on peut prévoir le "moment" exact ou plutôt la valeur critique du paramètre de contrôle où a lieu chaque bifurcation, car les systèmes paraboliques non-linéaires *bifurcatifs* obéissent à la constante de Feigenbaum  $F = 4,6692016090...$  Comme quoi, l'univers recèle bien de chiffres transcendants, les clés de la géométrie, comme  $\pi$  (rapport constant entre la circonférence et le diamètre de tout cercle) et  $e$  (le nombre d'Euler, le même qui est immortalisé sur le billet de 10 Francs Suisses) dont la découverte permet aux êtres humains de lui arracher de plus en plus de ses secrets...

## **VERS UNE NOUVELLE SCIENCE ou un nouveau paradigme de la science**

Les fractales et la théorie du Chaos, en élargissant le champs de la géométrie vers davantage de réalité ont aussi suscité beaucoup d'espoir (et quelques succès déjà) dans tous les domaines dont la météorologie, l'écologie, la biologie, la cardiologie, la biochimie, la physique, l'astronomie, l'économie etc. Partout, les chercheurs tentent de retrouver les processus fractals-chaotiques qui seraient à la base de l'Univers, de la de Vie, de la dynamique des Institutions, des cours sur les marchés financiers.

## **L'ENJEU FRACTAL**

Si on sait que la connaissance de telles lois pourrait permettre de fonder un nouveau paradigme de **La Science** en même temps que faire gagner, ceteris paribus, de sommes faramineuses aux premiers ou aux meilleurs, on comprend pourquoi cette *science numérique* alliant les mathématiques (outil universel de **modélisation**), et l'informatique (outil permettant de **simuler in electro** en quelques secondes, ce que Dame Nature mettrait des années ou des millénaires à accomplir), ne laisse indifférents ni les *savants* soucieux d'aider le monde, ou en quête de gloire (en témoigne la *bataille chaotique* des fondateurs entre eux pour se faire reconnaître et/ou pour tenter de diminuer la valeur des recherches leurs concurrents), encore moins les *jokers* de la finance nouvelle.

By The Mag